



**Pró-reitoria de
Pós-graduação e Pesquisa**

Produto Educacional
**Mestrado em Ensino de
Ciências e Matemática**

**ESTUDO DE PIRÂMIDES NO ENSINO
MÉDIO POR MEIO DA REALIDADE
AUMENTADA**

Ronaldo Silva Costa

Ronaldo Silva Costa
Dr. Márcio Marcio Eugen Klingenschmid Lopes dos
Santos

ESTUDO DE PIRÂMIDES NO ENSINO
MÉDIO POR MEIO DA REALIDADE
AUMENTADA

Universidade Cruzeiro do Sul
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Reitor da Universidade Cruzeiro do Sul – Prof. Dr. Luiz Henrique Amaral

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
Pró-Reitor – Profa Dra Tania Cristina Pithon-Curi

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Coordenação - Profa Dra Norma Suely Gomes Allevato

Banca examinadora

Prof. Dr. Marcio Eugen Klingenschmid Lopes dos Santos
Profa. Dra. Vera Maria Jarcovis Fernandes
Prof. Dr. Anderson Luís Pereira

Costa, Ronaldo Silva.

C875e

Estudo de pirâmides no ensino médio por meio do aplicativo
Geogebra 3D. / Ronaldo Silva Costa. -- São Paulo: Universidade
Cruzeiro do Sul, 2022.
23 f. : il.

Produto educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e
Matemática).

Realidade aumentada. 2. Geometria espacial. 3. Ensino médio. I.
Título. II. Série.

CDU: 5:37

Sumário

1 APRESENTAÇÃO.....	7
2 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	9
3 O PRODUTO.....	12
4 ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR.....	14
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	24
REFERÊNCIAS.....	25

1 APRESENTAÇÃO

A criação do presente Produto Educacional (PE) vem para colaborar com o desenvolvimento integral no ensino-aprendizagem do aluno no estudo da Geometria Espacial. O PE apresenta-se na forma de uma sequência didática, com objetivo principal de trazer um guia ao professor de Matemática do Ensino Médio na construção de aprendizagem significativa para o estudo da área e volume de pirâmides.

Para alcançar tal objetivo, a inserção de tecnologia na dinâmica aprendizagem em sala de aula será necessária e justifica-se essa utilização uma vez que está alinhada com o desenvolvimento das competências gerais apresentadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na compreensão, criação e comunicação de tecnologia de forma crítica, reflexiva e significativa (BRASIL, BNCC, 2018).

A elaboração da orientação na forma de sequência didática surge da inquietação do pesquisador frente às dificuldades de aprendizagem e aos baixos resultados vindos das Avaliações Externas. Como professor de Matemática desde 2010, tenho visto, ano após ano, as crescentes dificuldades vividas em sala de aula, a falta de estímulo em aprender por parte dos alunos, o ensino desconectado da realidade e o não engajamento dos alunos para a resolução de avaliações como Saeb e Saresp, por exemplo, são indicadores dos problemas experimentado por muitos professores na prática de aula. Desta maneira, o presente trabalho surge através da observação e pesquisa de métodos e didáticas, adequadas a esses novos tempos, que motivem e estimulem os alunos, colocando-os no caminho do protagonismo.

O desenvolvimento do Produto Educacional tem aprofundamento em minha pesquisa de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática sob o tema “Realidade aumentada: Uma proposta de sequência didática para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio” que passa pela investigação e reflexão no desenvolvimento da aprendizagem, pela História da Geometria, pela tecnologia no mundo moderno e pelo levantamento bibliométrico para o período de 2017 a 2020 na busca de dissertações relevantes na produção acadêmica de temas associados ao ensino da Geometria Espacial vinculados à utilização de tecnologia digital em sala de

aula. Assim, a proposta do PE é compartilhar com professores de Matemática do Ensino Médio uma orientação didática para ser trabalhada em sala de aula.

Para o desenvolvimento dessa sequência didática, o professor terá que disponibilizar, no mínimo, quatro (04) aulas. As vivências em sala trarão fundamentos, explicações e exercícios baseados nas definições euclidianas no estudo das pirâmides, de acordo com suas construções e visualizações realizadas pelo uso de *smartphone*, através do aplicativo GeoGebra Calculadora 3D, contando com o recurso da Realidade Aumentada disponível.

Acreditamos que ao aproximar o ensino de Geometria Espacial, pirâmides, através da utilização de tecnologia digital, será possível despertar o interesse e curiosidade na busca de resultados favorecendo o desenvolvimento das competências e habilidades presentes na BNCC para a formação integral dos nossos estudantes.

2 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Um dos grandes desafios da Educação atualmente está relacionado à capacidade dos professores em compreender, entender e colocar em prática uma linguagem adequada a qual seja possível ativar gatilho no ensino-aprendizagem que traga significado aos objetos de estudo abordados por nossos alunos em sala de aula.

Segundo o censo escolar realizado pelo INEP divulgado pela plataforma QEdU para o ano de 2020, o Brasil apresenta um total de 138.487 escolas públicas voltadas à Educação Básica, nestas temos 5.934.976 estudantes matriculados no Ensino Médio, distribuídos conforme o quadro 01:

Quadro 01 – Estudantes matriculados no Ensino Médio

Ano / Ensino Médio	Quantidade de Matrículas
1º	2.370.908
2º	1.945.311
3º	1.618.757
Total	5.934.976

Fonte Censo Escolar/INEP (2020) | Total de Escolas de Educação Básica: 138487 | QEdU.org.br

De acordo com os últimos resultados das provas Saeb, também divulgados pela plataforma QEdU, para o aprendizado de Matemática no Brasil, observados alunos do 3º ano do ensino médio, apontam para um percentual muito baixo de estudantes com proficiência adequada, estando aptos a continuar e aprofundar seus estudos ao final do Ensino Médio. O quadro 02 ilustra esta situação:

Quadro 02 – Proficiência aprendizado em Matemática

Saeb / Ano	% aprendizado adequado
2015	4
2017	5
2019	7

Fonte: Saeb, INEP - Plataforma QEdU (2020)

Podemos observar no quadro que a proficiência ao longo dos anos tem sensivelmente aumentado, mas ainda está muito longe da proficiência esperada de maior ou igual a 50% dos alunos com aprendizagem adequada.

Assim, a necessidade de promover um ensino de Matemática resultando em uma aprendizagem significativa, segundo Ausubel é quando o indivíduo está predisposto a aprender ocorrendo modificação dos conceitos prévios, desenvolvendo avanços, a estruturação cognitiva frente aos novos conhecimentos abordados, no intuito de promover a formação integral do aluno e consequente melhora nos resultados das avaliações externas (AUSUBEL, 2003).

Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), crianças e jovens estão cada vez mais conectados com tecnologias digitais e, portanto, mudanças nas práticas de aprendizagem nas escolas precisam acontecer.

A Base Nacional Comum Curricular em sua competência geral associada a cultura digital diz:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, BNCC, 2018, p.9)

A BNCC, em sua competência específica número 5, associada ao ensino da Matemática, faz menção à investigação empregando estratégias e recursos por meio de diferentes tecnologias, entendendo a necessidade de demonstração para validação de conjecturas (BRASIL, BNCC, 2018).

Para Kirner (2013), a interatividade envolvendo objetos 3D, por exemplo, apresenta os conteúdos de aprendizagem sob a forma de diferentes meios tecnológicos proporcionando ao estudante um ambiente de envolvimento e participação ativa, além de um alto potencial de trabalho colaborativo.

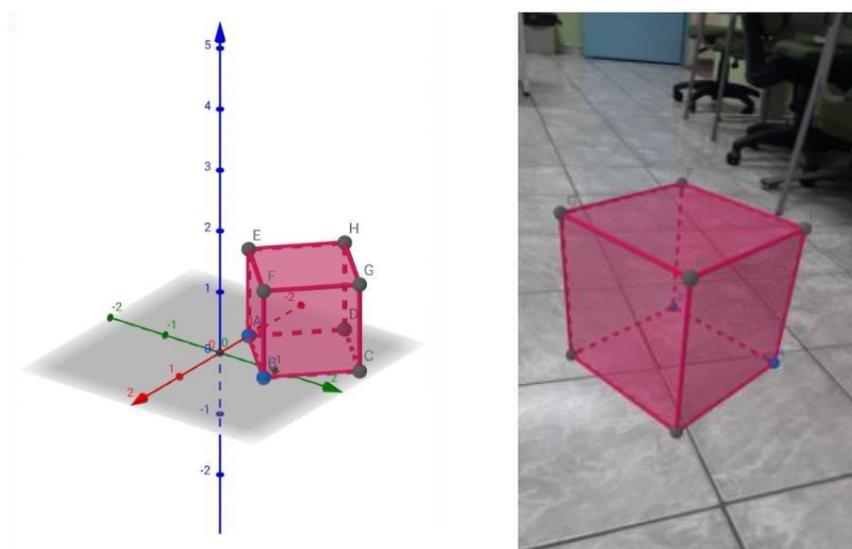
Desta forma, o estudo da Geometria Espacial, alinhado com a utilização da tecnologia da Realidade Aumentada, realizada através de um *smartphone* por meio do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D, frente às dificuldades de aprendizado e resultados satisfatórios apresentados por nossos alunos apontam para um potencial engajamento para o desenvolvimento de competências e habilidades associadas ao estudo de Áreas e Volumes de Pirâmides.

3 O PRODUTO

Geogebra e Realidade Aumentada (RA)

Disponível para iOS e Android, de maneira gratuita, o GeoGebra 3D torna e experiência do aprendizado da Matemática em uma prática divertida na qual o aplicativo projeta no mundo real a figura estudada.

Figura 01 – Projeção em Realidade Aumentada



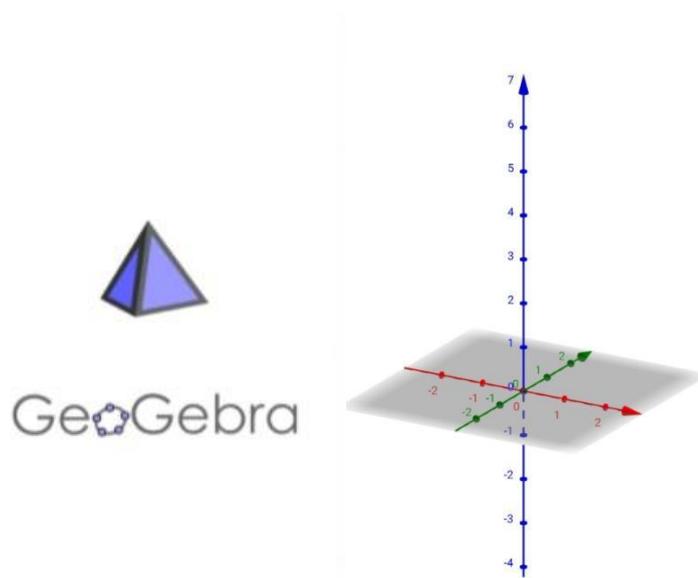
Fonte: Autor (2022)

Estudar Geometria Espacial a partir da utilização da tecnologia da Realidade Aumentada fazendo uso de um dispositivo móvel pode favorecer o aprendizado significativo, uma vez que grande número de alunos possui um *smartphone* ou *tablet*, tornando a experiência do estudo em sala de aula dinâmica indo ao encontro dos anseios por aulas “diferentes” esperadas pelos estudantes.

Para a visualização dos objetos construídos em Realidade Aumentada, o aplicativo não requer a utilização de marcadores, os QR Codes, para a animação da figura, o que torna a prática dinâmica, economizando tempo e material. O aplicativo realiza a identificação de uma superfície plana, uma mesa, ou o chão, por exemplo, e executa a ação desenvolvida projetando a figura no mundo real.

O aplicativo encontra-se no Google Play (Play Store) em versão gratuita, em português, com 70 MB de tamanho, aproximadamente,. Para sua instalação é necessário dispositivo tecnológico compatível com o Android 4.4 ou superiores e atualmente conta com mais de 1 milhão de downloads.

Figura 02 – Layout aplicativo GeoGebra 3D



Fonte: Autor (2022)

Faça acesso ao endereço eletrônico através do QR Code ou *link* dado abaixo para mais instruções e uma demonstração da execução do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D.



<https://youtu.be/-oHUd5CRSo>

4 ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR

A organização da aplicação da Sequência Didática para o aprendizado do cálculo da área e volume da pirâmide pode, como sugestão, ser realizada em quatro aulas, conforme sugestão abaixo:

Aula 01: *Download* do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D e a apresentação (simulação) das principais funcionalidades do aplicativo.

Aula 02: Definições para Pirâmide Regular e sua construção no Calculadora GeoGebra 3D.

Aula 03: Realização do cálculo de área e volume no Calculadora GeoGebra 3D.

Aula 04: Questionário de Encerramento e Reflexão.

Aula 01: Download e apresentação do aplicativo GeoGebra 3D

Material a solicitar: Smartphone (Android / iOS) compatível para realização do *download* do aplicativo.

Baixar Aplicativo: Ir até **Play Store** do *smartphone* → pesquisar por **GeoGebra 3D** → Realizar *download* do aplicativo.

Conhecendo as principais funcionalidades:

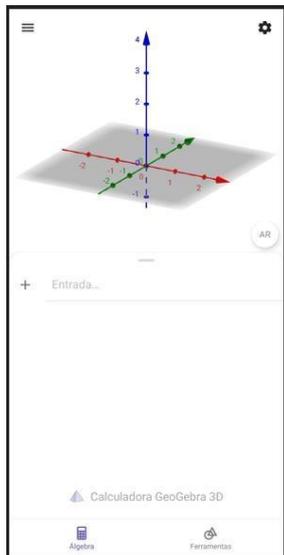


Imagem 01
Fonte: Autor

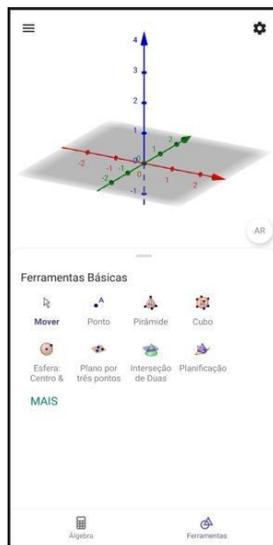


Imagem 02
Fonte: Autor



Imagem 03
Fonte: Autor

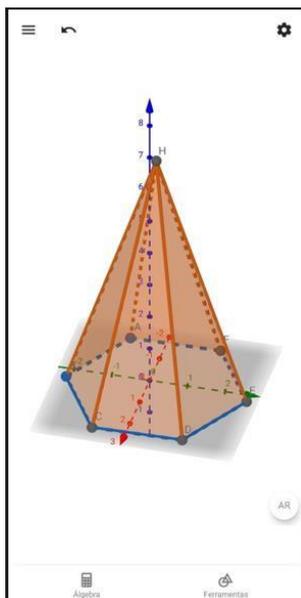


Imagem 04
Fonte: Autor

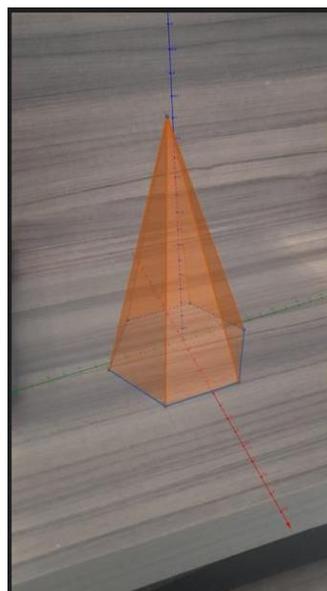


Imagem 05
Fonte: Autor

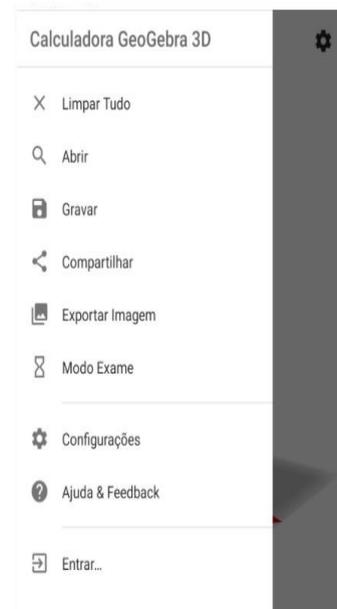


Imagem 06
Fonte: Autor

Imagem 01: Refere-se à tela inicial logo após o primeiro acesso ao aplicativo. Nesta tela, temos o plano cartesiano com três eixos (x , y , z), local para a construção dos sólidos geométricos. Temos a opção da representação do sólido utilizando a “Álgebra” (ícone de calculadora parte inferior  **Álgebra**) informando os comandos a serem executados. O acesso “AR” para a projeção da imagem em Realidade Aumentada (RA).

Imagem 02: Corresponde às ferramentas básicas, é uma opção para a construção dos sólidos geométricos explorando suas formas. O acesso é realizado pelo atalho “Ferramentas” localizado na parte inferior à direita.  **Ferramentas**

Imagem 03: Apresenta outras funções de construção de sólidos geométricos, Pontos, Retas, Polígonos, Planos, Círculos, Curvas e Medições localizadas no atalho “Ferramentas”.

Imagem 04: Apresenta a construção de uma pirâmide de base hexagonal.

Imagem 05: Projeção da Pirâmide na superfície em mundo real através da projeção da Realidade Aumentada (RA).

Imagem 06: Acesso a outras funções do aplicativo realizadas no acesso das “três barras na horizontal”, localizada na parte superior a direita ().

Praticando a construção de pirâmide e projeção em RA.

01 – Selecionar  **Ferramentas** e procurar por pelo ícone  **Polígono Regular** .

02 – Ao selecionar o “Polígono Regular” teremos a informação para posicionarmos dois pontos no plano cartesiano e informar o número de vértices. É possível ajustar a base do polígono criado movendo os dois primeiros pontos inseridos.



Fazer
extrusão

03 – Localizar e selecionar o ícone  , onde teremos a informação de seleção do polígono e especificação da sua altura.

04 – A pirâmide será apresentada construída no plano cartesiano.



05 – Localizar e selecionar o ícone  para projeção em RA em superfície plana.

06 – Aponte o *smartphone* para a superfície, mova lentamente até a superfície ser localizada, pressione sobre a tela e a pirâmide será gerada em ambiente real.

Professor, permita que seu aluno realize essa construção algumas vezes, pedindo para mudar o número de vértice e observar a construção das novas pirâmides. Algumas intervenções podem ser realizadas para conduzir o aluno na reflexão da contagem do número de vértices, arestas e faces, bem como o nome do sólido geométrico criado.

Abaixo segue o QR Codes e *link* da construção da pirâmide seguindo os passos dados acima.



<https://youtu.be/a9-RQL21Esk>

Aula 02: Elementos da pirâmide e construção no GeoGebra 3D

A ideia de desenvolvimento desta segunda aula é construir junto com o aluno uma pirâmide regular destacando os seus elementos geométricos. À medida que for ocorrendo cada definição para a pirâmide, a sua construção no GeoGebra 3D, no *smartphone*, deverá ser realizada na sequência.

Iniciando a aula:

⇒ **Definição Pirâmide Regular:** Quando a base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro desta.

No GeoGebra: construção do polígono regular e a definição do seu centro.

01 – Abrir aplicativo, selecionar  Ferramentas e procurar por pelo ícone  Polígono Regular .

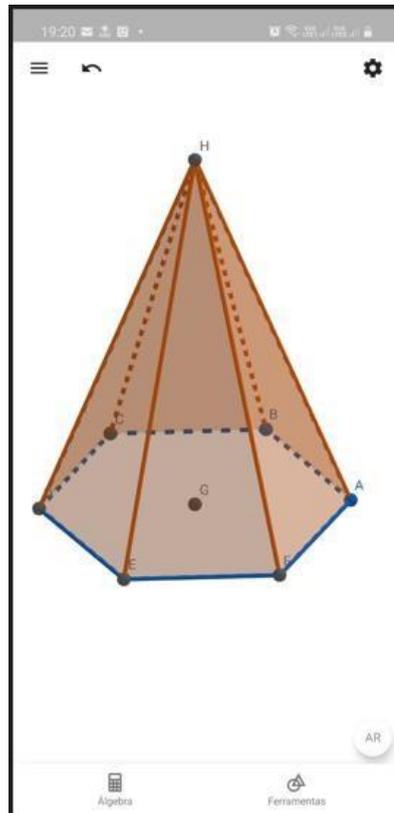
02 – Ao selecionar o “Polígono Regular” definir com os alunos o número de vértices da Pirâmide, por exemplo seis.

É possível realizar o ajuste da base do polígono, selecionando a entrada “Mover” e movimentando-se um dos dois primeiros pontos inseridos.

03 – Localizar e selecionar o ícone  Fazer extrusão tocar no polígono e definir a altura, por exemplo seis.

04 – Para definir o centro da pirâmide selecione o ícone  Álgebra e no campo “entrada” digite o comando “*centroDeGravidade*” inserir a base do polígono no comando.

Nesse ponto teremos a seguinte imagem da Pirâmide e abaixo o QR Codes da construção até esse momento:



Fonte: Autor

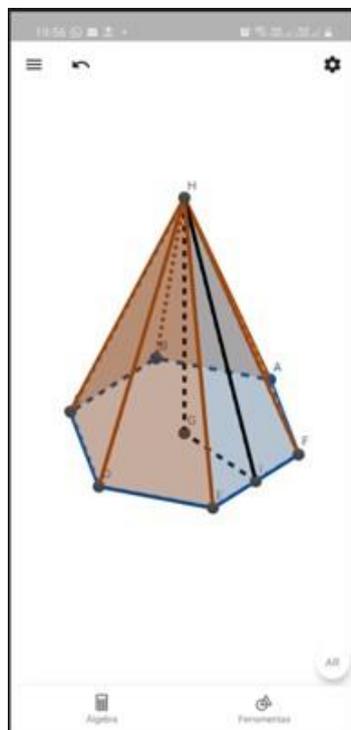


<https://youtu.be/sNsswvLm6W8>

⇒ **Outros Elementos da Pirâmide**

- **Altura da Pirâmide:** Segmento de reta que une o vértice ao plano do polígono em seu centro.
- **Faces laterais:** São os Triângulos isósceles congruentes.
- **Aresta da Base:** São congruentes, compõem o polígono da base
- **Arestas Laterais:** São congruentes, unem a base do polígono ao vértice.
- **Apótema da Base:** É o segmento que une o centro do polígono ao ponto médio da aresta da base.
- **Apótema da Pirâmide:** é a altura de cada face lateral.

Nesse ponto teremos a seguinte imagem da Pirâmide e ao lado o QR Codes da construção até esse momento:



<https://youtu.be/ZOS8H7AI3Bc>

Fonte: Autor

Professor, dialogue e reflita com seu aluno durante cada construção dos elementos da pirâmide no GeoGebra, realizando assim uma aprendizagem significativa. Permita ao aluno construir a pirâmide mais de uma vez, com diferentes números de vértices e explore a projeção da RA de cada sólido produzido.

Aula 03: Cálculo de área e volume no GeoGebra 3D

Professor para o desenvolvimento desta aula os alunos serão divididos em pequenos grupos de 04 alunos no máximo (em grupos maiores os alunos podem se desconcentrar ou não se engajar execução da tarefa).

O objetivo da aula consistirá na investigação, reflexão, descoberta e constatação através das fórmulas matemáticas de área e volume confrontando os resultados fornecidos pelo Geogebra.

Realizando a Atividade:

01 – Peça aos grupos para construírem no GeoGebra 3D uma pirâmide de base quadrada, basta uma construção por grupo.

02 – Indique a função para cálculo de área  dentro de Ferramentas . A função permitirá encontrar o valor de cada área das faces dos polígonos que formam a pirâmide.

Lance o desafio para os alunos, sem apresentar fórmulas, para que determinem a área Total da Pirâmide de base quadrada, a partir apenas da indicação da função, permita que eles façam pesquisas em livros didáticos disponíveis ou na internet buscando base para a formulação da sua resposta.

É esperado que os alunos concluem que para determinar o valor total da área solicitada eles deverão somar as áreas de todas as faces dos polígonos que formam a pirâmide.

Provavelmente encontrarão nas pesquisas a fórmula: $A_T = A_b + A_L$,

onde:

A_T = Área Total

A_b = Área da Base

A_L = Área Lateral

03 – De forma semelhante indique a função de volume  dentro de Ferramentas . A função permitirá determinar o valor do volume da Pirâmide ao selecionar a mesma.

Lance um novo desafio para os alunos, sem apresentar fórmulas, para que determinem o volume da pirâmide de base quadrada a partir apenas da indicação da função. Permita, mais uma vez, que façam pesquisas em livros didáticos disponíveis ou na internet, buscando base para a formulação da sua resposta.

É esperado que os alunos encontrem a fórmula: $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$, em que:

V = Volume total

A_b = Área da Base

h = Altura da Pirâmide

Professor, incentive os grupos a utilizarem a RA para verificação e manipulação da pirâmide em 3D.

Outros exercícios podem ser explorados a partir dos livros didáticos dos alunos de maneira a aprofundar e consolidar as aprendizagens construídas a partir da interação do estudo das pirâmides com a utilização do *smartphone* através do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D.

Abaixo segue o QR Codes e link da construção desta aula.



<https://youtu.be/WP0Nzdrarf8>

Aula 04: Questionário de encerramento e reflexões

Professor, esta aula será de análise, discussão e reflexão relacionadas às práticas didáticas experimentadas e desenvolvidas no estudo das pirâmides.

Algumas perguntas podem nortear o diálogo com os alunos:

- Fale sobre a experiência da aprendizagem vinculada à utilização de tecnologia em sala de aula.
- Quais foram as dificuldades encontradas no percurso?
- Você se sentiu motivado na realização das atividades no GeoGebra?
- Já tinha ouvido falar em Realidade Aumentada? Se sim em qual contexto?
- Você considera importante a presença de tecnologia digital na construção do aprendizado?

Permita que os alunos expressem seus pontos de vistas sobre aprendizagem, tecnologia, futuro, provas, mundo profissional. Aproveite o momento para alinhar sua linguagem didática e visão de mundo com as de seus alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional vem para somar aos esforços praticados por muitos professores frente aos desafios de implementar aos alunos da modernidade uma aprendizagem a qual os coloca como protagonistas na busca do conhecimento, sendo capaz de despertar o desejo de refletir e orientar os seus passos para a vida futura em sociedade.

A tecnologia faz parte da vida e linguagem dos nossos alunos. Buscar associar as práticas de aula aos recursos tecnológicos disponíveis pode trazer relevantes resultados para o desenvolvimento da aprendizagem. Estar aberto a aprender, a ressignificar as didáticas de ensino-aprendizagem é parte fundamental no processo de formação contínua na carreira de professor.

Acreditamos que o desenvolvimento e aprofundamento no estudo da Geometria Espacial realizados através desta sequência didática trará luz e possibilidade de implementar novas ideias para o enriquecimento na direção da aquisição de conhecimentos significativos e autonomia na aprendizagem dos nossos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Desempenho do ensino médio melhora no Saeb 2019, 2020**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/saeb/desempenho-do-ensino-medio-melhora-no-saeb-2019>. Acesso em: 21 de maio de 2022

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Editora Plátano, 2003.

BACICH, L; TANZI NETO, A; TREVISANI, F.M. Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
BESERRA, C. **Como construir uma pirâmide regular, no GeoGebra 3D**. Disponível em: <https://youtu.be/kYz4jvdgVuE>. Acesso em 12 de maio de 2022.

COSTA, R.S. **Realidade Aumentada: Uma proposta de Sequência Didática para o Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, 2022**.

KIRNER, Cláudio. Desenvolvimento de aplicações educacionais adaptáveis online com realidade aumentada. In: **Tendências e técnicas em realidade virtual e aumentada**, Porto Alegre, Brasil, 2013.

QEdU. **Brasil: Matrículas e Infraestrutura**. Disponível em: https://www.qedu.org.br/brasil/censo-escolar?year=2020&dependence=0&localization=0&education_stage=0&item=. Acesso em 05 de maio de 2022.